



Cours 9 – 09/10/2024

5. Application des lois de Newton (frottements, poulies, ressorts)

5.1. Réaction d'un support

5.2. Mobile sur un plan incliné sans frottement

5.3. Force de frottement sec

5.4. Mobile sur un plan incliné avec frottement

5.5. Roulement sans glissement

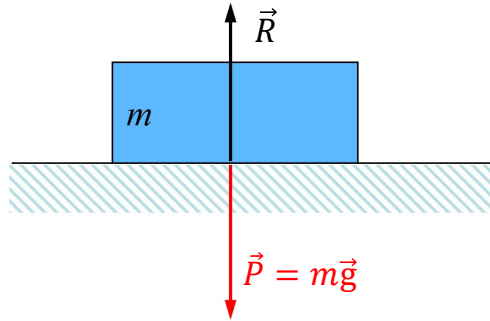


5.1. Réaction d'un support



■ Réaction d'une surface sur un objet

Objet immobile

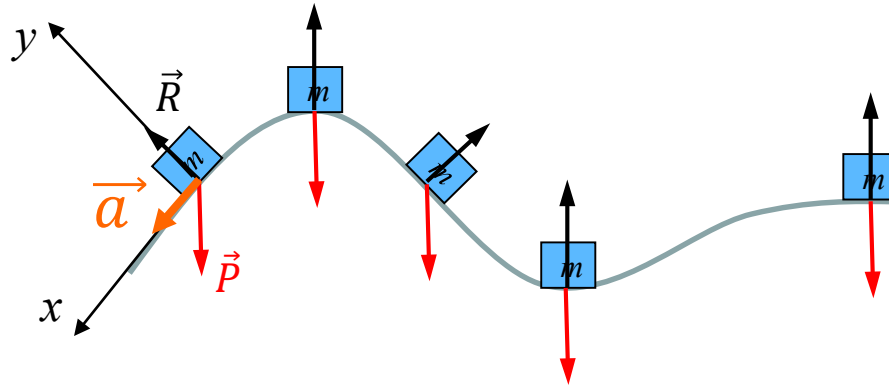


$$2^{\text{nde}} \text{ loi de Newton : } m\vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{R}$$

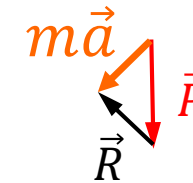
$$\text{Pas de mouvement} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = -\vec{P}$$

\Rightarrow 3^{ème} loi de Newton ou principe d'action-réaction

Objet mobile



$$\text{Objet en mouvement accéléré} \Rightarrow m\vec{a} = \vec{R} + \vec{P}$$

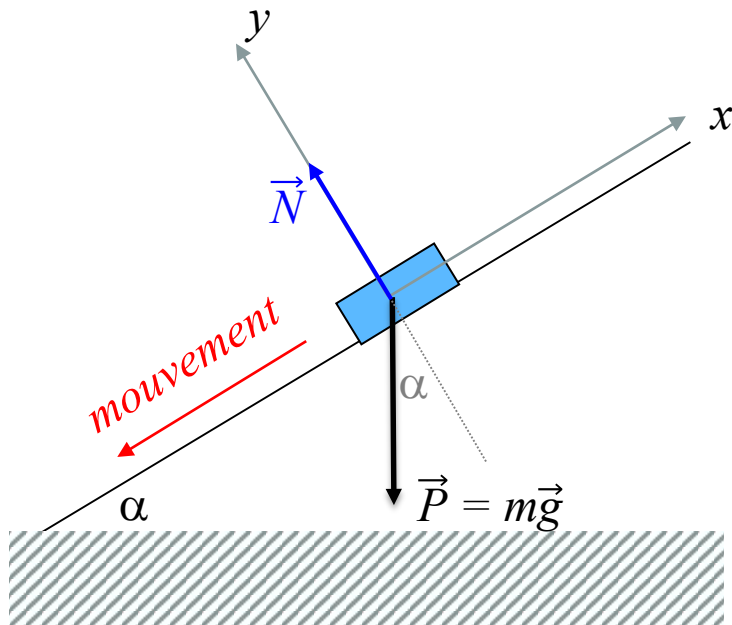


La force de **réaction** \vec{R} d'une surface sur un objet est toujours **normale** au support (elle est souvent appelée \vec{N} ou \vec{R})



5.2. Mobile sur un plan incliné sans frottement

■ Mobile en chute libre sur un plan incliné



2^{de} loi de Newton $m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{N}$

on projette $\begin{cases} ma_x = -mg \sin\alpha + 0 \\ ma_y = 0 = -mg \cos\alpha + N \end{cases}$

avec $a_y = 0$ car mouvement suivant l'axe Ox

on trouve

$$a_x = -g \sin\alpha$$

$$N = mg \cos\alpha$$

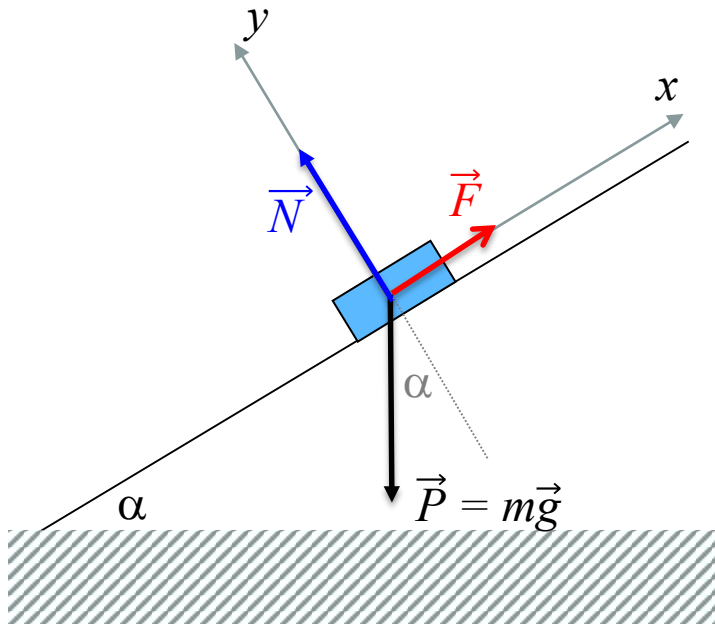
L'accélération correspond à la composante de \vec{g} parallèle au plan incliné

N est la force de réaction du plan sur le mobile



5.2. Mobile sur un plan incliné sans frottement

■ Mobile en équilibre avec une force de maintien



$$2^{\text{nde}} \text{ loi de Newton : } m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}$$

A l'équilibre (pas de mouvement), l'accélération est nulle :

$$\vec{0} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}$$

$$\text{on projette} \begin{cases} ma_x = 0 = -mg \sin\alpha + 0 + F \\ ma_y = 0 = -mg \cos\alpha + N + 0 \end{cases}$$

on trouve

$$F = mg \sin\alpha$$

Force qui retient le mobile en équilibre

$$N = mg \cos\alpha$$

Réaction du support

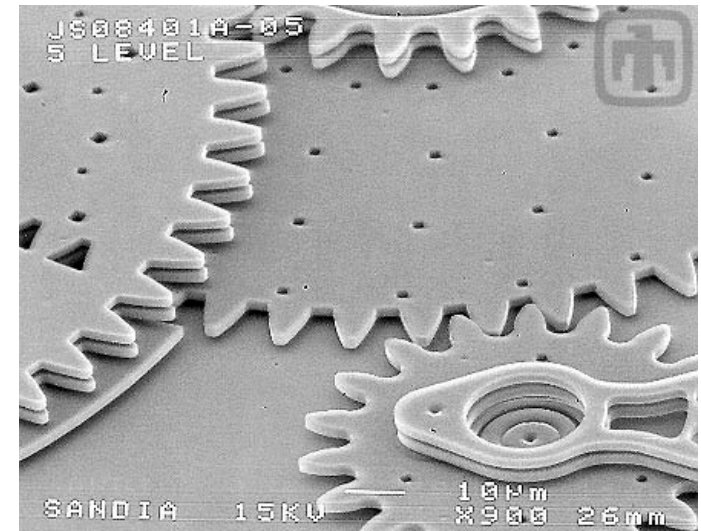
5.3. Force de frottement sec

■ Frottement entre deux surfaces

La science des frottements s'appelle la tribologie

L'origine du frottement fait intervenir plusieurs facteurs couvrant un large spectre de paramètres physiques :

- Rugosité des surfaces
- Elasticité / Plasticité (déformation)
- Chimie des surfaces (forces d'interaction)

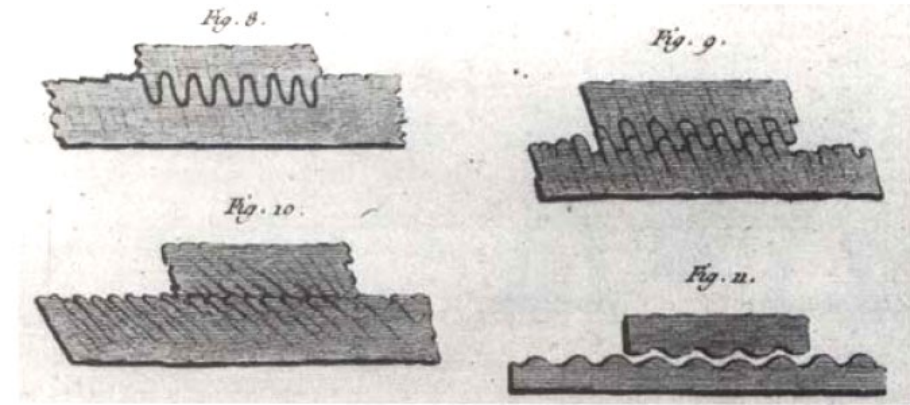


5.3. Force de frottement sec

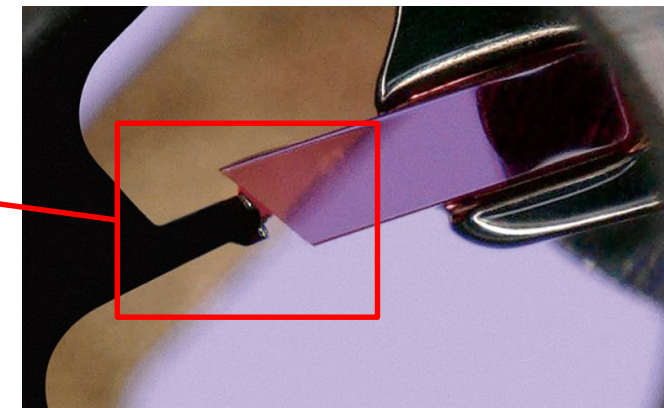
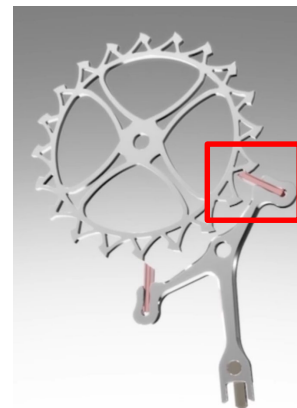
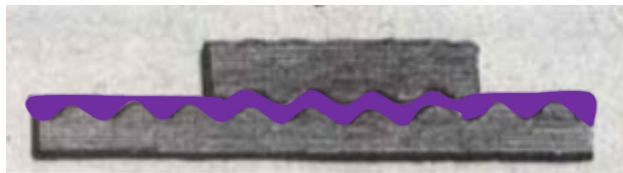


■ Frottement entre deux surfaces

Dès le 18^{ème} siècle, Belidor et Coulomb associent la force de frottement d'un objet sur un autre à la rugosité des surfaces respectives.



Remarque : on peut réduire les forces de frottement sec avec un lubrifiant.



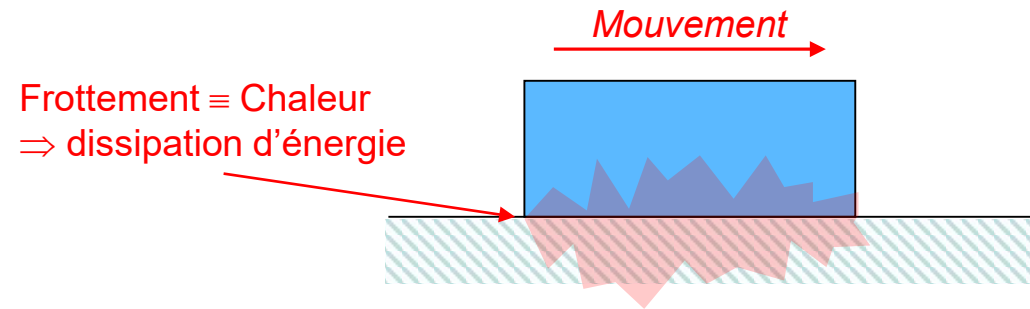
<https://www.rolex.com/fr/about-rolex-watches/science-friction.html>



5.3. Force de frottement sec

■ Frottement entre deux surfaces

Observation : « résistance » au déplacement \Rightarrow dissipation d'énergie



Caractéristiques de la force de frottement sec :

- elle est différente si l'objet est en mouvement ou à l'arrêt
- elle est proportionnelle à la force de réaction (plus on appuie sur l'objet, plus le frottement est grand)
- elle est opposée au déplacement



5.3. Force de frottement sec

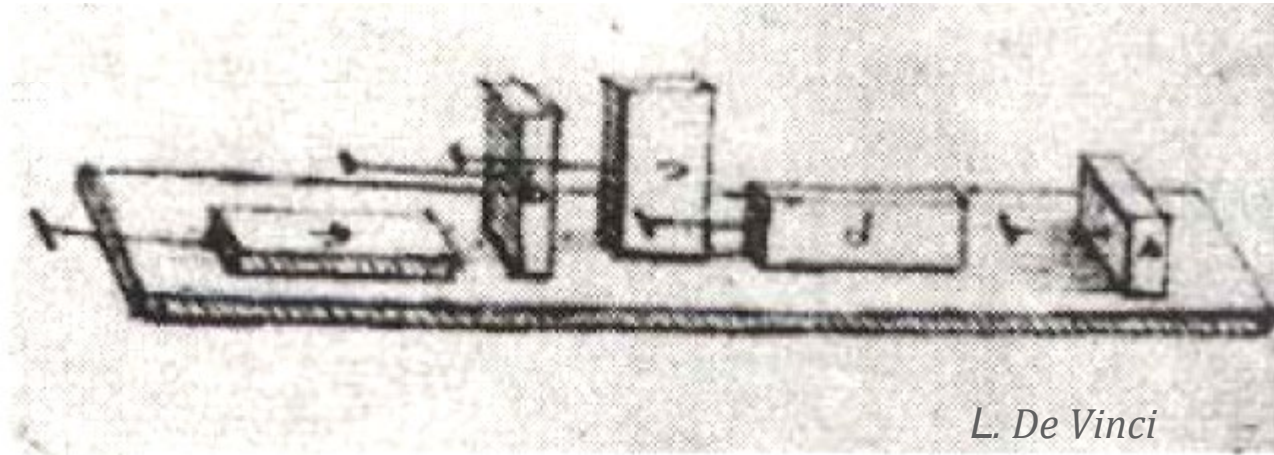
■ Frottement entre deux surfaces

Observations

⇒ La force de frottement ne dépend en théorie pas de l'aire de contact :

$$F_f = \text{cte} \times \text{pression} \times S = \text{cte} \times N/S \times S = \text{cte} \times N$$

Le facteur de proportionnalité entre la force de frottement F_f et la réaction du support N est appelé coefficient de frottement sec.

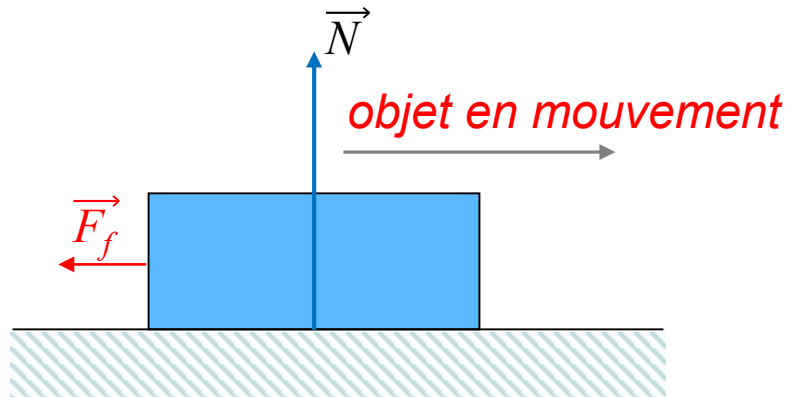


L. De Vinci

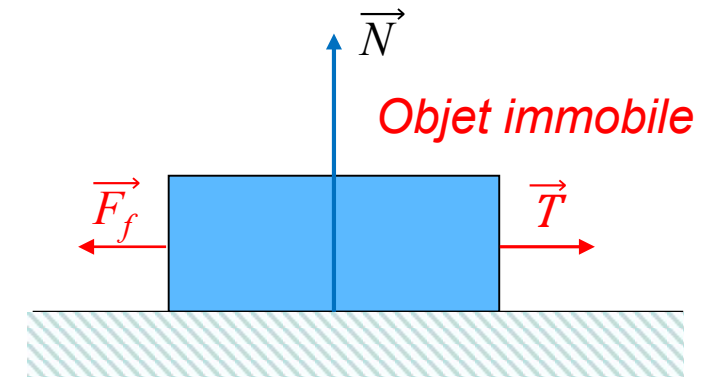


5.3. Force de frottement sec

■ Frottement entre deux surfaces



Force de frottement dynamique



Force de frottement statique

Il existe deux types de frottement :

- Un **frottement dynamique (ou cinétique)** qui s'exerce pendant le déplacement.
- Un **frottement statique** qui détermine la force nécessaire à la mise en mouvement d'un objet immobile.



5.3. Force de frottement sec

■ Coefficients de frottement dynamique et statique

• Frottement dynamique (cinétique)

La force de frottement F_f est proportionnelle à la réaction N de la surface sur l'objet et s'oppose toujours au déplacement. Elle est donnée par la formule suivante :

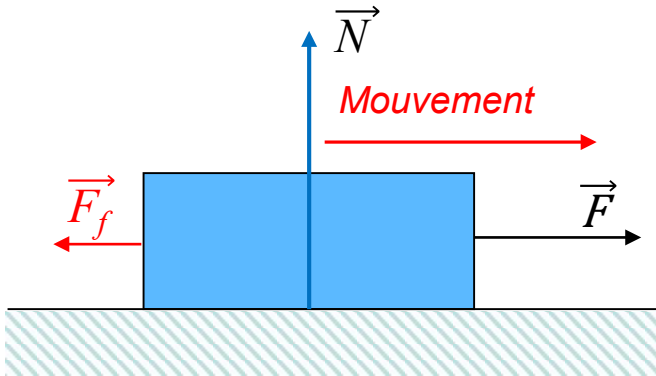
$$||\vec{F}_f|| = \mu_d ||\vec{N}|| \quad \text{avec } \mu_d \text{ coefficient de frottement dynamique (cinétique)}$$

• Frottement statique

L'objet reste immobile alors qu'on lui applique une force \vec{T} colinéaire à la direction du mouvement souhaité. Dans ce cas, nous avons $\vec{F}_f = -\vec{T}$ jusqu'à ce que l'objet se mette en mouvement (décrochage). Au décrochage, nous avons $||\vec{F}_f|| = \mu_s ||\vec{N}||$, avec μ_s coefficient de frottement statique.

$$||\vec{F}_f|| \leq \mu_s ||\vec{N}|| \quad \text{avec } \mu_s \text{ coefficient de frottement statique}$$

Lorsque l'objet décroche (mise en mouvement) $\Rightarrow ||\vec{F}_f|| = \mu_s ||\vec{N}||$





5.3. Force de frottement sec

■ Coefficients de frottement dynamique et statique

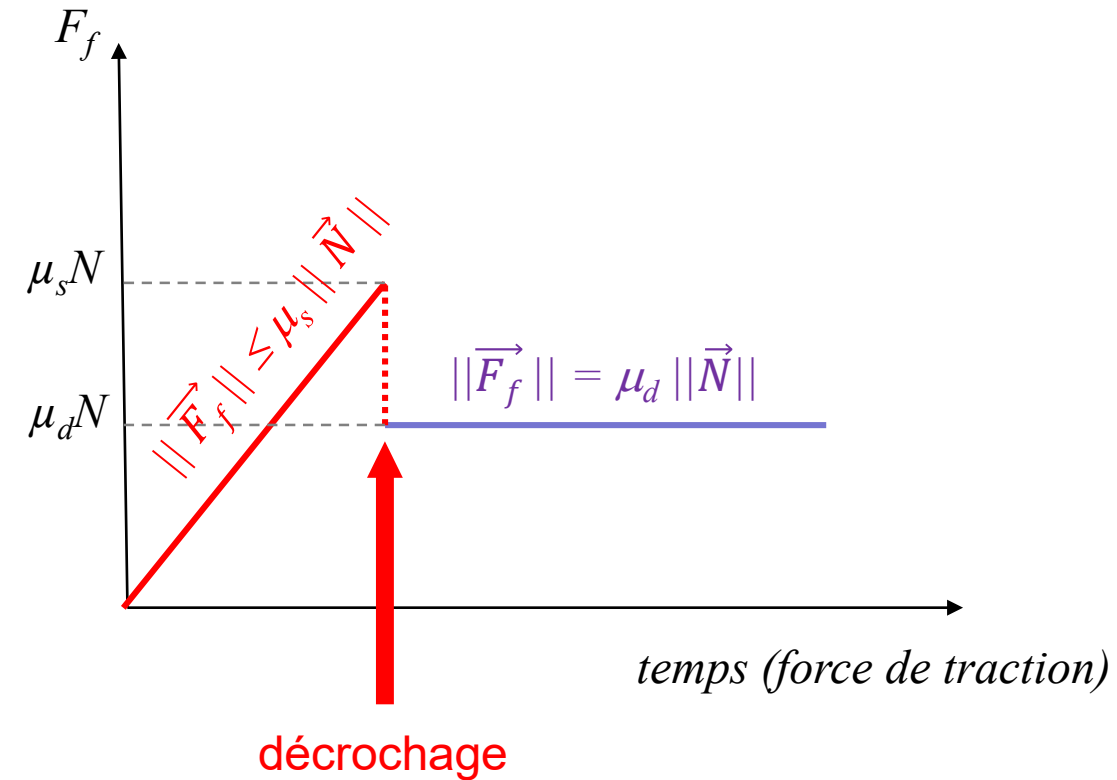
Matériaux	μ_s	μ_d
Acier sur glace	0.1	0.05
Acier sur acier, sec	0.6	0.4
Acier sur acier, lubrifié	0.1	0.05
Bois sur bois	0.5	0.3
Téflon sur acier	0.04	0.04
Chaussures sur glace	0.1	0.05
Bottes de montagne sur rocher	1.0	0.8
Pneus de voiture sur béton sec	1.0	0.7
Caoutchouc sur asphalte	0.6	0.4



5.3. Force de frottement sec

■ Coefficients de frottement dynamique et statique

Expérience : on applique une force de traction qui croît linéairement avec le temps

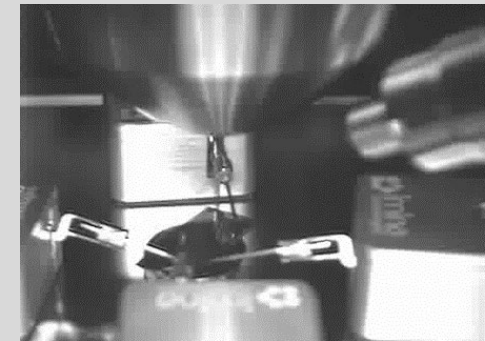
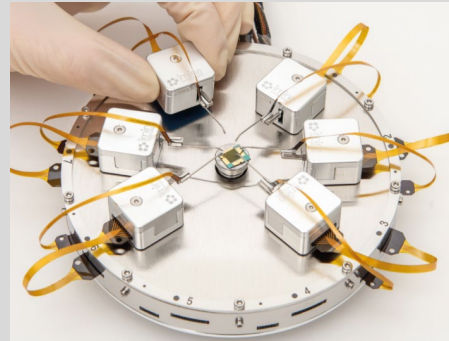
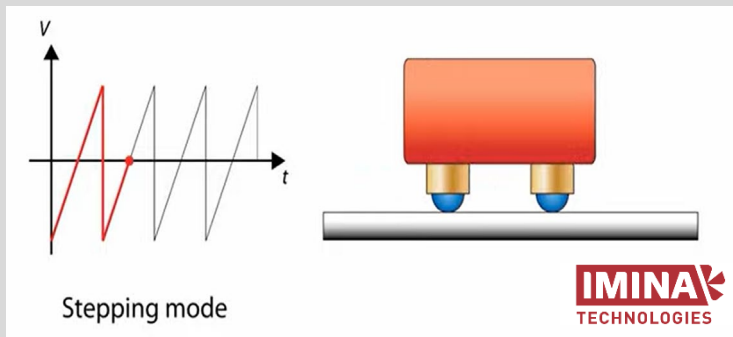
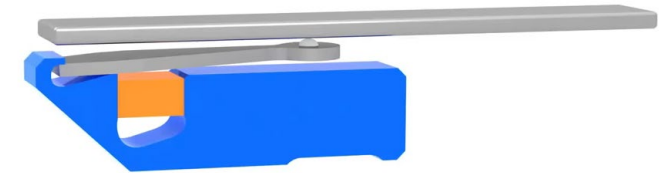
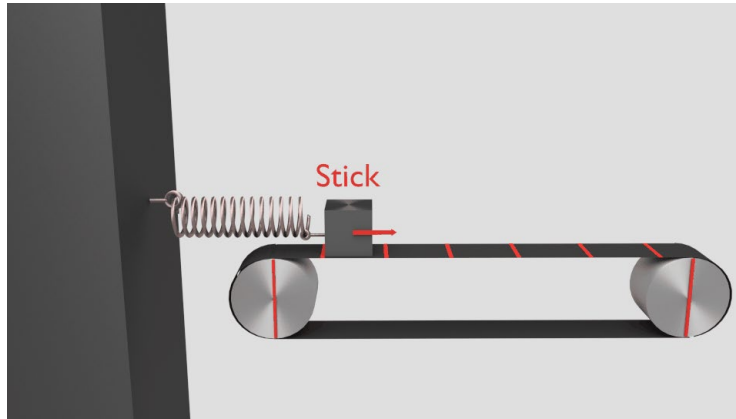




5.3. Force de frottement sec

■ Coefficients de frottement dynamique et statique

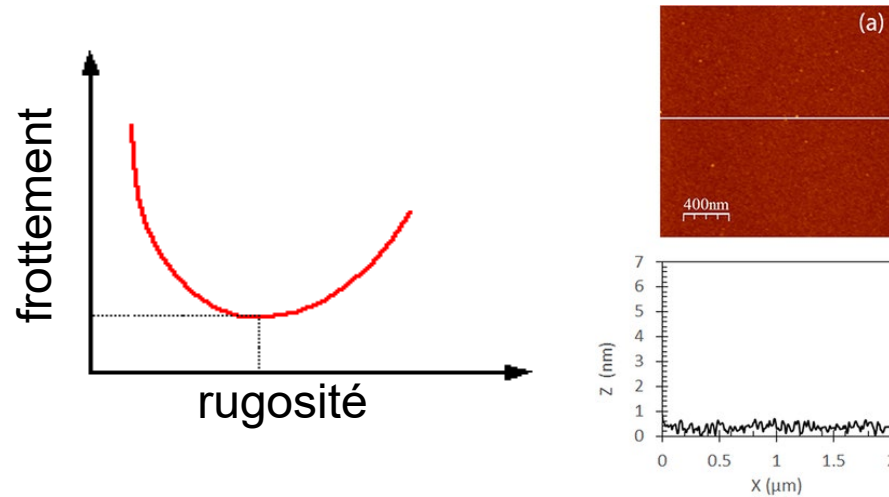
Application : « stick and slip »



5.3. Force de frottement sec

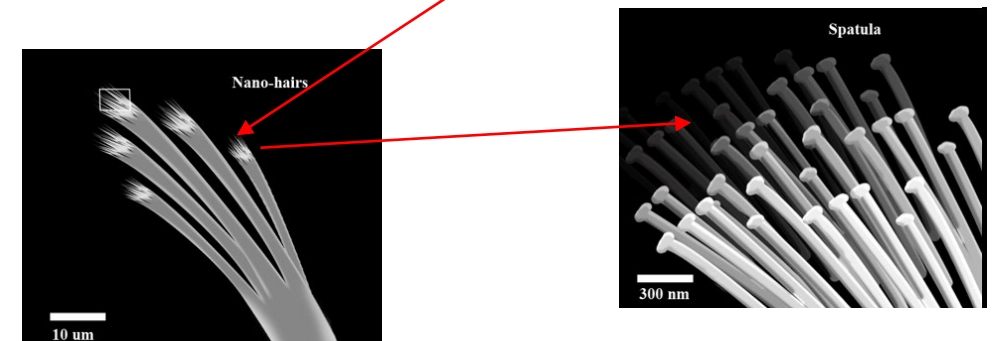
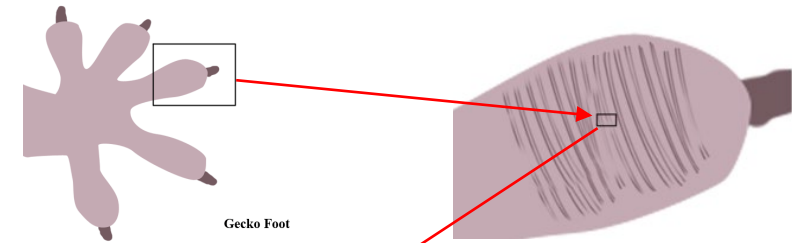
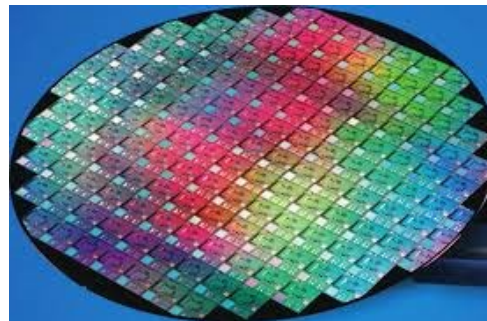
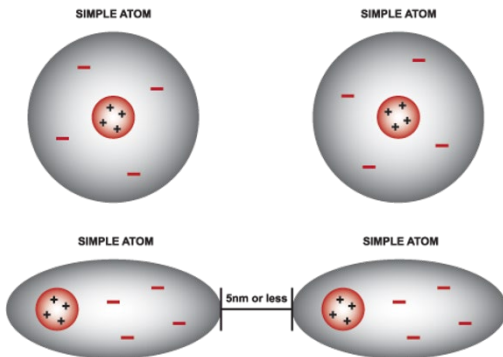
■ Coefficients de frottement dynamique et statique

Information scientifique : frottement statique « géant »



Pourquoi le frottement augmente lorsque la rugosité diminue?
Interactions entre atomes \Rightarrow « collage moléculaire »

Forces de van der Waals





5.3. Force de frottement sec

■ Coefficients de frottement dynamique et statique

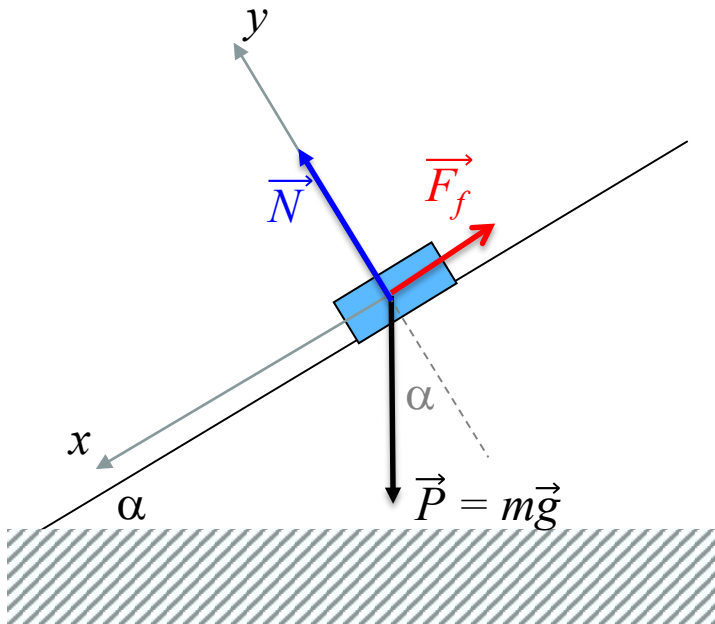
Information scientifique : frottement statique « géant »



5.4. Mobile sur un plan incliné avec frottement



■ Mobile en équilibre sous l'effet d'un frottement sec



pas de mouvement

$$2^{\text{de}} \text{ loi de Newton : } m\vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_f$$

force de frottement qui "retient" le mobile
avec un coefficient de frottement statique

Avant le décrochage, il n'y a pas de mouvement et l'accélération est donc nulle :

$$\vec{0} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_f$$

$$\text{On projette sur les axes } Ox, Oy : \begin{cases} ma_x = 0 = mg \sin \alpha + 0 - F_f \\ ma_y = 0 = -mg \cos \alpha + N + 0 \end{cases}$$

Finalement :

$$N = mg \cos \alpha \quad \text{force de réaction du support}$$

$$F_f = mg \sin \alpha \quad \text{force de frottement}$$

$$\text{Coefficient de frottement : } F_f = mg \sin \alpha = \mu_s N = \mu_s mg \cos \alpha$$

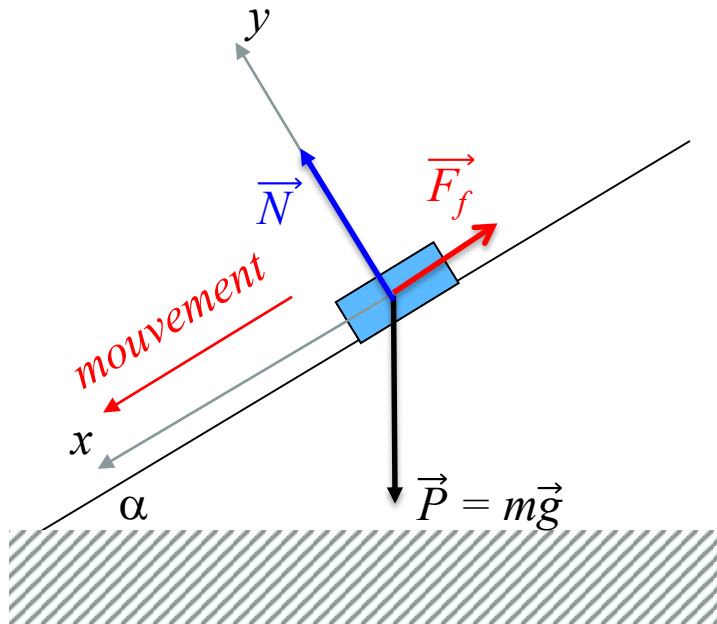
au point de décrochage

$$\text{soit } \boxed{\mu_s = \tan \alpha \text{ avec } \alpha \text{ l'angle de décrochage}}$$

5.4. Mobile sur un plan incliné avec frottement



■ Décrochage d'un mobile sur un plan incliné avec frottement sec



pas de mouvement

Décrochage

Lorsque le mobile décroche, alors $a_x > 0 \Rightarrow mg \sin \alpha > F_f$

\Rightarrow décrochage quand la composante du poids selon Ox devient plus grande que la force de frottement maximum

La force de frottement statique au moment du décrochage est

$$F_f = \mu_s N = \mu_s mg \cos \alpha$$

Nous avons donc $mg \sin \alpha > \mu_s mg \cos \alpha$ soit $\tan \alpha > \mu_s$

Condition de décrochage : $\alpha > \arctan(\mu_s)$

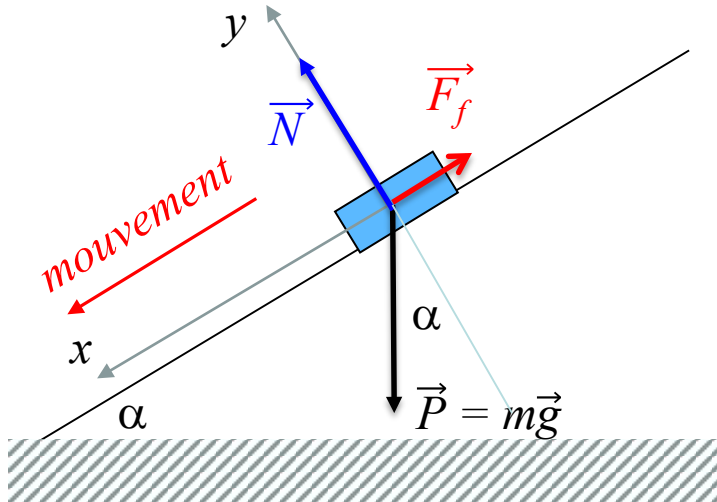
$\alpha_{lim} = \arctan(\mu_s)$: angle limite pour le décrochage

5.4. Mobile sur un plan incliné avec frottement



■ Glissement sur un plan incliné avec frottement sec

A) Mobile lâché sans vitesse pour un angle $\alpha > \alpha_{lim}$ (angle de décrochage)



$$\text{2^{de} loi de Newton : } m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_f$$

$$\text{on projette} \begin{cases} \text{sur Ox} & ma_x = mg \sin \alpha + 0 - F_f \quad \text{avec} \quad F_f = \mu_d N \\ \text{sur Oy} & 0 = -mg \cos \alpha + N + 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{Et finalement} \quad \boxed{a_x = g \sin \alpha - \mu_d g \cos \alpha}$$

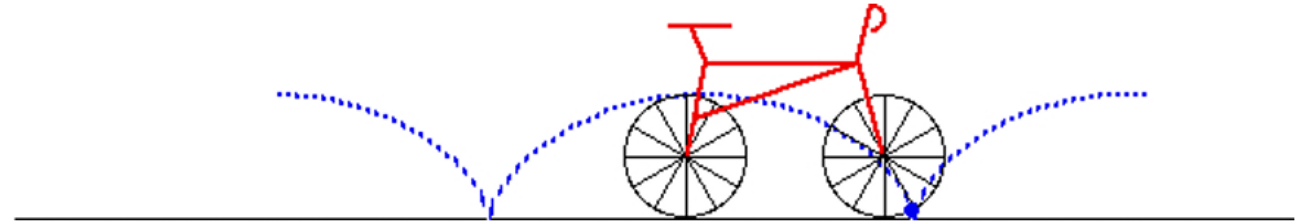
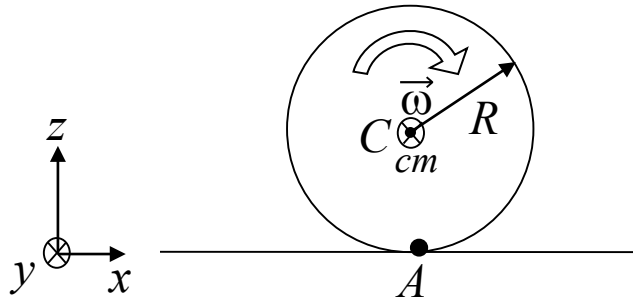
5.5. Roulement sans glissement



■ Cas du roulement sans glissement

La présence d'une force de frottement entre la roue et le sol permet un roulement sans glissement

⇒ ceci impose que la vitesse du point de contact en A de la roue avec le sol soit nulle



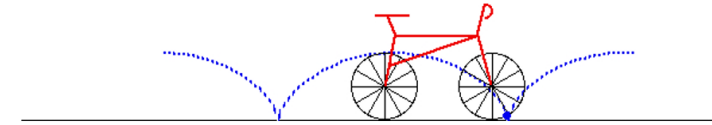
$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{\omega} \times \vec{CA} \quad (\text{rotation autour de l'axe passant par le cm}) \quad \text{avec } \vec{\omega} \times \vec{CA} = \omega \vec{e}_y \times -R\vec{e}_z = -\omega R \vec{e}_x$$

la condition de roulement sans glissement est $\vec{v}_A = \vec{0}$ (le point de contact avec le sol), ce qui conduit à

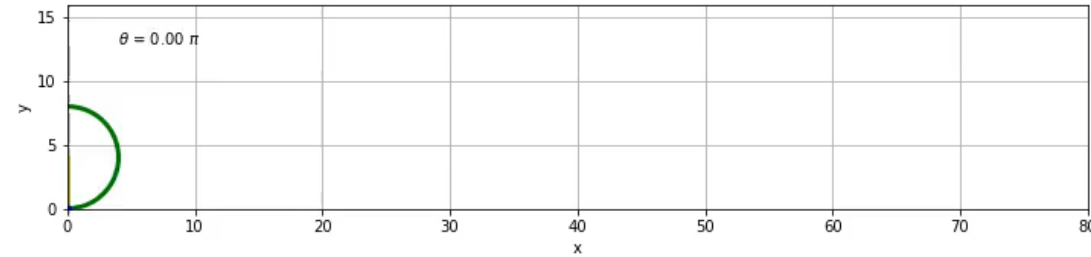
$$\vec{v}_{cm} = \omega R \vec{e}_x$$

5.5. Roulement sans glissement

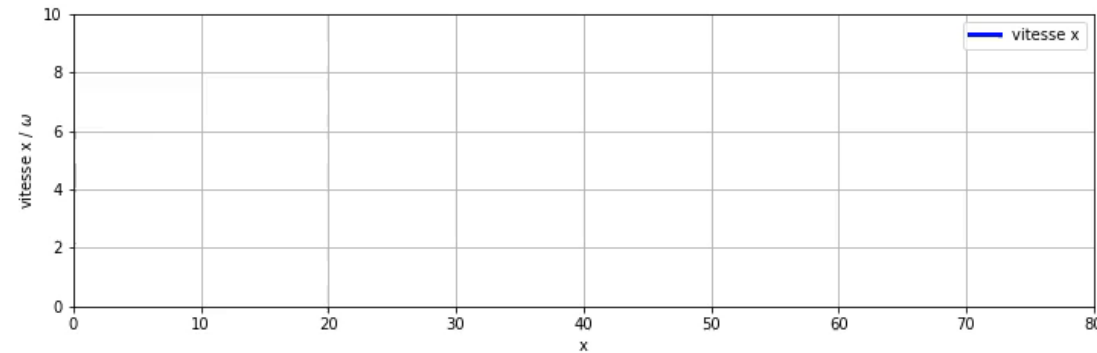
■ Cas du roulement sans glissement



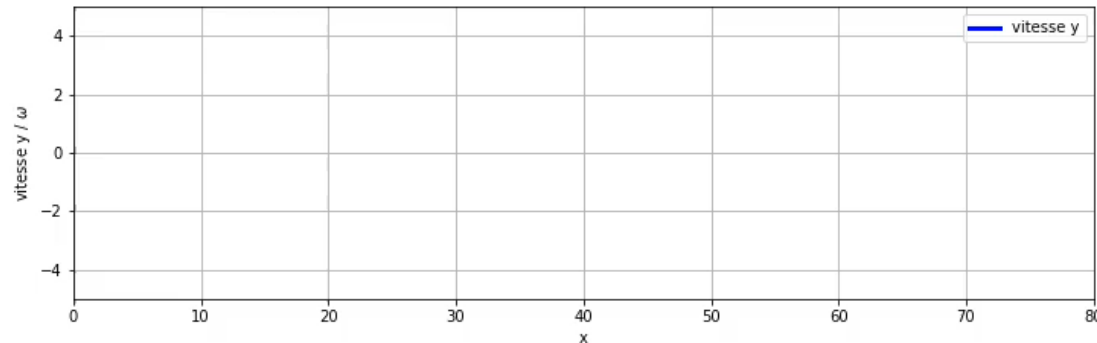
Coordonnée y d'un point de la roue



Vitesse v_x d'un point de la roue



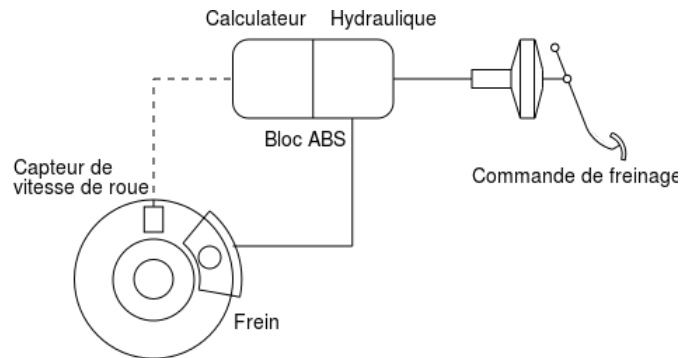
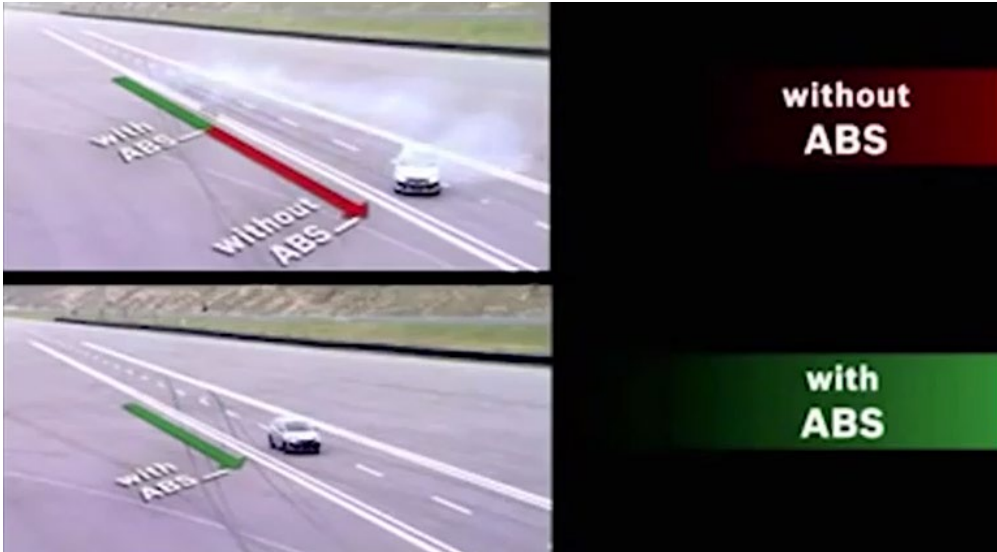
Vitesse v_y d'un point de la roue



5.5. Roulement sans glissement

■ Application : freinage d'une voiture

Anti-Blocking System (ABS)



Wikipédia

Coefficients de frottement d'une route
(réduction d'environ 40% pour coefs. dynamiques)

